# ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ Α ΛΥΚΕΙΟΥ
## Εξεταζόμενη Ύλη :
## ΤΡΙΓΩΝΑ – ΠΑΡΑΛΛΗΛΕΣ ΕΥΘΕΙΕΣ - ΠΑΡΑΛΛΗΛΟΓΡΑΜΜΑ
## Κυριακή 14 Ιανουαρίου 2018

## Θέμα Α

**Α1.** Να αποδείξετε ότι τα εφαπτόμενα τμήματα κύκλου που άγονται από σημείο εκτός αυτού, είναι ίσα.

(Μονάδες 5)

**Α2.** Να δώσετε τον ορισμό της μεσοκαθέτου ενός ευθύγραμμου τμήματος ΑΒ.

(Μονάδες 5)

**Α3.** Να αναφέρετε τα κριτήρια που πρέπει να πληροί ένα τετράπλευρο ώστε να είναι παραλληλόγραμμο.

(Μονάδες 5)

**Α4.** Να χαρακτηρίσετε ως Σωστές (Σ) ή Λάθος (Λ) τις παρακάτω προτάσεις:

1. Σε κάθε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει $\hat{\Gamma}_{\varepsilon\xi} = \hat{A} + \hat{B}$
2. Ο εγγεγραμμένος κύκλος ενός τριγώνου έχει κέντρο το σημείο τομής των μεσοκαθέτων του τριγώνου.
3. Τα σημεία της διχοτόμου μιας γωνίας $xOy$ ισαπέχουν από τις πλευρές της γωνίας.
4. Σε ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ με βάση την ΑΓ , η διάμεσος ΑΜ που αντιστοιχεί στην πλευρά ΒΓ, είναι και ύψος και διχοτόμος.
5. Σε κάθε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει $\alpha - \gamma < \beta < \alpha + \gamma$ (όπου $\alpha, \beta, \gamma$ οι πλευρές του , με $\alpha > \gamma$ ) .

(Μονάδες 10)

## Θέμα Β

**Β1.** Έστω ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (με βάση ΒΓ) και ΑΚ το ύψος του.

i. Να αποδείξετε ότι το ΑΚ είναι και διάμεσος και διχοτόμος.
ii. Από τυχαίο σημείο Λ του ύψους ΑΚ φέρνω τα τμήματα ΛΒ και ΛΓ. Να αποδείξετε ότι ΛΒ=ΛΓ.

(Μονάδες 10)

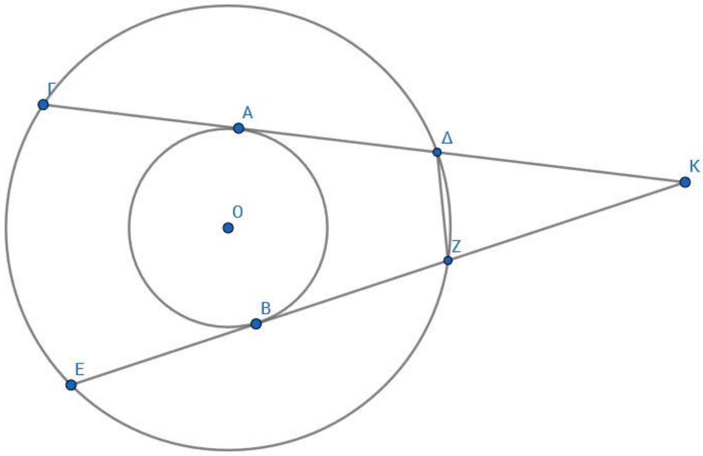
**Β2.** Σε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει $\hat{A} + \hat{\Gamma} = 2\hat{B}$ και $\hat{A} = 3\hat{\Gamma}$.

i. Να αποδείξετε ότι η $\hat{B} = 60^\circ$
ii. Αν το ύψος ΑΔ και η διχοτόμος ΒΕ τέμνονται στο Ζ , να αποδείξετε ότι το ΑΖΕ είναι ισόπλευρο.

(Μονάδες 15)

## Θέμα Γ

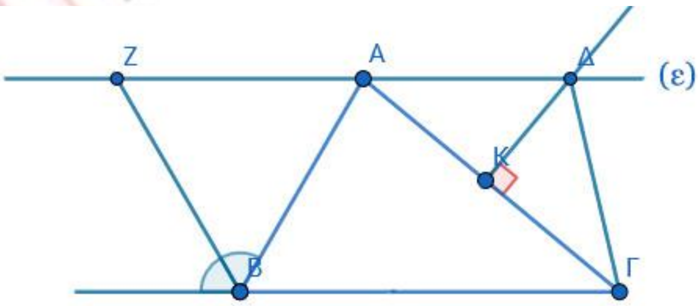
**Γ1.** Έστω δύο ομόκεντροι κύκλοι $C_1:(O,\rho_1)$ και $C_2:(O,\rho_2)$ , με $\rho_1<\rho_2$ . Από σημείο Κ εκτός του μεγαλύτερου κύκλου $(C_2)$ , φέρνω εφαπτόμενα τμήματα ΚΑ και ΚΒ στον μικρότερο κύκλο $(C_1)$, τα οποία τέμνουν τον $C_2$ στα σημεία Δ, Γ και Ζ, Ε αντίστοιχα.




i. Να δείξετε ότι ΔΓ=ΖΕ
ii. Να δείξετε ότι το τρίγωνο ΚΓΕ είναι ισοσκελές.

(Μονάδες 10)

**Γ2.** Δίνεται οξυγώνιο τρίγωνο ΑΒΓ και ευθεία (ε) που διέρχεται από το σημείο Α και είναι παράλληλη στη ΒΓ. Η μεσοκάθετος της πλευράς ΑΓ τέμνει την ευθεία (ε) στο Δ.



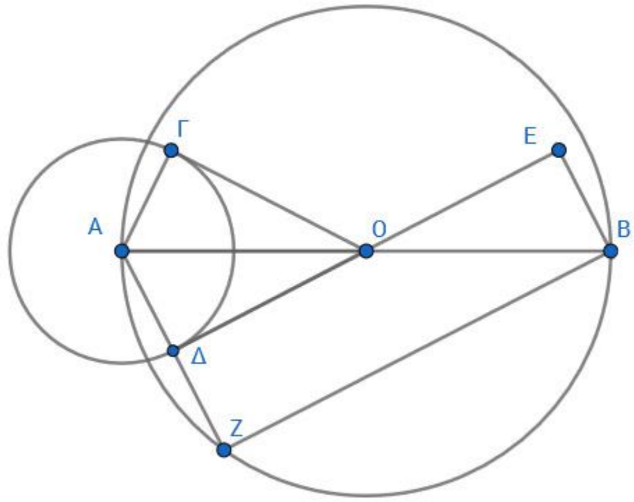

i. Να αποδείξετε ότι η ΓΑ είναι διχοτόμος της γωνίας $\hat{B\Gamma\Delta}$
ii. Αν η διχοτόμος της $\hat{B}_{\varepsilon\xi}$ τέμνει την ευθεία (ε) στο Ζ, να αποδείξετε ότι ΔΖ=ΑΒ+ΓΔ

(Μονάδες 15)

## Θέμα Δ

Δίνεται κύκλος $C_1$ με κέντρο Ο και ακτίνα ΟΑ= $\rho_1$ . Έστω ΑΒ διάμετρος του κύκλου. Με κέντρο το σημείο Α γράφουμε κύκλο $C_2$ με ακτίνα $\rho_2 < \rho_1$. Από το κέντρο Ο του κύκλου $C_1$ φέρνουμε τα εφαπτόμενα τμήματα ΟΓ και ΟΔ στον $C_2$ και προεκτείνουμε το ΔΟ κατά τμήμα ΟΕ=ΔΟ.

- **i.** Να δείξετε ότι ΑΔ//ΕΒ.
- **ii.** Να δείξετε ότι τα τρίγωνα ΟΓΑ και ΟΕΒ είναι ίσα.
- **iii.** Φέρνουμε ημιευθεία Βx που είναι κάθετη στο ΕΒ και τέμνει τον κύκλο $C_1$ στο σημείο Ζ. Να αποδείξετε ότι ΑΖ//ΕΒ.




(Μονάδες 25)

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**

**Τα θέματα επιμελήθηκαν οι καθηγητές:**

**Καραμπατάκη Σοφία**

**Νίκου Δημήτρης**

**Παλτσόκας Παναγιώτης**