

Διαγώνισμα Μαθηματικών Β' Λυκείου

3 Νοεμβρίου 2019

Θέμα Α

A₁. Πότε μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού ένα σύνολο A λέγεται άρτια, και ποιο είδος συμμετρίας έχει η γραφική της παράσταση;

(Μονάδες 5)

A₂. Πότε μια συνάρτηση f λέγεται γνησίως φθίνουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της;

(Μονάδες 5)

A₃. Να αποδείξετε ότι αν $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ είναι δύο διανύσματα με συντελεστές διεύθυνσης λ_1 και λ_2 αντίστοιχα, ισχύει η ισοδυναμία:

$$\vec{\alpha} // \vec{\beta} \Leftrightarrow \lambda_1 = \lambda_2$$

(Μονάδες 5)

A₄. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη Σωστό αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

- i. Τα διανύσματα με ίσους συντελεστές διεύθυνσης είναι ομόρροπα.
- ii. Αν $|\vec{\alpha}| = \lambda |\vec{\beta}|$, τότε $\vec{\alpha} // \vec{\beta}$
- iii. Το σημείο $A(-1, -1)$ ανήκει στην ευθεία $3x - y = 2$
- iv. Αν M το μέσο του τμήματος ΓB , ισχύει η σχέση: $2 \cdot \vec{MA} = \vec{BA} + \vec{\Gamma A}$
- v. Η γραφική παράσταση της f τέμνει τον άξονα x' αν και μόνο αν υπάρχει $x \in A_f$ με $f(x) = 0$

(Μονάδες 10)

Θέμα Β

Β. Έστω τα διανύσματα $\vec{\alpha} = (\lambda^2 - 2\lambda, \lambda^2 - 4)$, $\vec{\beta} = (\lambda + 1, \lambda)$ και $\vec{\gamma} = (3, 5)$.

Να βρεθεί το λ ώστε:

- i. Το διάνυσμα $\vec{\alpha}$ να είναι το μηδενικό διάνυσμα
- ii. Το διάνυσμα $\vec{\alpha}$ να μην είναι το μηδενικό διάνυσμα και να είναι παράλληλο στον άξονα x' .
- iii. Το διάνυσμα $\vec{\beta}$ να είναι το μοναδιαίο διάνυσμα
- iv. Τα διανύσματα $\vec{\alpha}, \vec{\gamma}$ να είναι ίσα.
- v. Τα διανύσματα $\vec{\beta}, \vec{\gamma}$ να είναι παράλληλα

(Μονάδες 25)

Θέμα Γ

Γ₁. Να λυθούν τα συστήματα:

- i.
$$\begin{cases} x + y = 5 \\ 3x - 2y = 5 \end{cases}$$
- ii.
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 5 \\ xy = -2 \end{cases}$$

(Μονάδες 6)

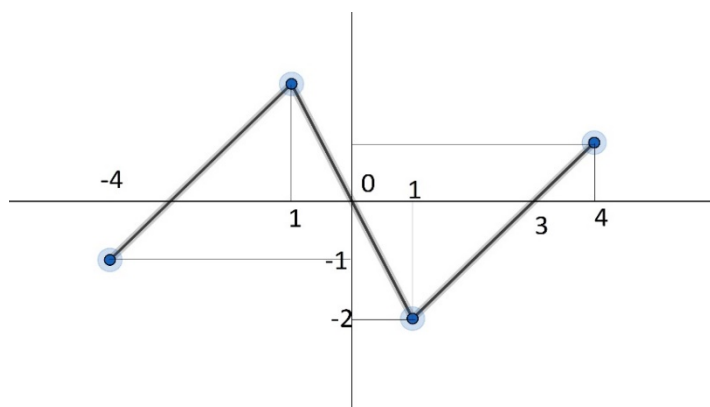
Γ₂. Δίνεται το σύστημα $\begin{cases} (\lambda - 1)x + \lambda y = -2 \\ \lambda x + (\lambda - 1)y = \lambda - 1 \end{cases}$ το οποίο έχει ορίζουσα D . Δίνεται η

εξίσωση $x^2 - (D + 5)x + 4(D + 1) = 0$ η οποία έχει μία διπλή ρίζα.

- i. Να βρείτε την ορίζουσα D και τη διπλή ρίζα της εξίσωσης
- ii. Να βρείτε τον αριθμό λ και να λύσετε το σύστημα

(Μονάδες 4+3)

Γ₃. Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση μιας περιττής συνάρτησης f .



- i. Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της f
- ii. Να μελετηθεί η συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία
- iii. Να βρεθούν οι τιμές $f(4)$ και $f(-1)$
- iv. Να μελετηθεί η συνάρτηση f ως προς τα ακρότατα

(Μονάδες 12)

Θέμα Δ

Δίνονται τα σημεία $A(1,4)$, $B(-1,1)$ και $\Gamma(3,1)$.

- i. Να βρεθούν τα διανύσματα \overline{AB} , $\overline{A\Gamma}$ και $\overline{B\Gamma}$
- ii. Να αποδείξετε ότι τα σημεία A , B , Γ ορίζουν τρίγωνο
- iii. Να βρείτε το είδος του τριγώνου $AB\Gamma$ ως προς τις πλευρές του.
- iv. Να βρείτε το μήκος της διαμέσου του τριγώνου $AB\Gamma$ που αντιστοιχεί στη πλευρά $B\Gamma$.

(Μονάδες 6+5+6+8)

Τα θέματα επιμελήθηκαν οι καθηγητές:

Καψαλιάρης Στέλιος
Κοντογιάννης Στέργιος
Τζιώρτζης Μιχάλης
Χωνιανάκης Αντώνης

Καλή Επιτυχία!!!!