

**ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ**

**06-05-2016**

**ΥΛΗ: Διαφορικός Λογισμός, Στατιστική, Πιθανότητες**

**ΘΕΜΑ Α**

1. Να αποδείξετε ότι η παράγωγος της σταθερής συνάρτησης  $f(x)=c$  είναι ίση με το μηδέν.

**(Μονάδες 7)**

2. Να δώσετε τον αξιωματικό ορισμό της πιθανότητας.

3. Τι ονομάζουμε σταθμικό μέσο των τιμών  $x_1, x_2, \dots, x_n$  με συντελεστές στάθμισης (βαρύτητας)  $w_1, w_2, \dots, w_n$ ;

**(Μονάδες 8)**

4. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με Σ ή Λ

- Πάντοτε ένα μεγαλύτερο δείγμα δίνει πιο αξιόπιστα αποτελέσματα από ένα μικρότερο δείγμα.
- $P(A-B)=P(A)-P(A \cap B)$ , όπου  $A, B$  ανήκουν σε δειγματοχώρο  $\Omega$ .
- Αν το ενδεχόμενο  $A'$ , συμπληρωματικό του ενδεχομένου  $A$ , πραγματοποιείται, τότε δεν πραγματοποιείται το  $A$ .
- Το κυκλικό διάγραμμα χρησιμοποιείται για τη γραφική παράσταση μόνο ποσοτικών δεδομένων.
- Η διάμεσος  $\delta$  είναι μέτρο διασποράς.

**ΘΕΜΑ Β**

Στην αρχή της σχολικής χρονιάς, οι 50 μαθητές της τρίτης τάξης ενός λυκείου ρωτήθηκαν σχετικά με τον αριθμό των βιβλίων που διάβασαν την περίοδο των διακοπών τους. Τα δεδομένα φαίνονται στο διπλανό πίνακα

- Να βρείτε το  $a$ .
- Να βρείτε τη μέση τιμή του αριθμού των βιβλίων.
- Να βρείτε τη διάμεσο του αριθμού των βιβλίων.
- Να εξετάσετε αν το δείγμα είναι ομοιογενές.
- Να βρεθεί η πιθανότητα ένας μαθητής να έχει Διαβάσει το πολύ ένα βιβλίο.

Αριθμός βιβλίων $x_i$	Αριθμός μαθητών $v_i$
0	$a+4$
1	$5a+8$
2	$4a$
3	$a-1$
4	$2a$
Σύνολο	50

**(Μονάδες  $5 \times 5 = 25$ )**

## ΘΕΜΑ Γ

1. Δίνετε η συνάρτηση  $f(x) = 2x^3 - \frac{5}{2}x^2 + x + 10$ . Οι πιθανότητες  $P(A)$  και  $P(B)$  δύο ενδεχομένων  $A$  και  $B$  είναι ίσες με τις τιμές του  $x$  στις οποίες η  $f$  έχει αντίστοιχα τοπικό ελάχιστο και τοπικό μέγιστο.

- Να δείξετε ότι  $P(A) = 1/2$  και  $P(B) = 1/3$
- Για τις παραπάνω τιμές των  $P(A)$  και  $P(B)$  καθώς και για  $P(A \cup B) = 2/3$  να βρεθούν οι πιθανότητες:  
 $P(A \cap B)$ ,  $P(A - B)$ ,  $P(A \cup B)$ ,  $P[(A - B) \cup (B - A)]$ ,  $P(A' \cup B')$

**(Μονάδες 12)**

2. Έστω ο διπλανός πίνακας:

- Να βρείτε τις τιμές των  $\kappa$  και  $\lambda$ , αν γνωρίζετε ότι είναι ακέραιες με  $\bar{x} = 3$  και  $CV = \frac{100}{3}\%$ .
- Επιλέγουμε μια τιμή στην τύχη, ποιά είναι η πιθανότητα αυτή να είναι μικρότερη ή ίση με του 3;
- Αν οι τιμές αυξηθούν με βάση τη σχέση  $y_i = 2x_i + 1$ , να βρείτε την νέα μέση τιμή και τη νέα τυπική απόκλιση, και να προσδιορίσετε την μεταβολή του  $CV$ .

$x_i$	$v_i$
1	5
$\kappa$	20
3	15
$\lambda$	30
Σύνολο	70

**(Μονάδες 13)**

## ΘΕΜΑ Δ

Έστω δειγματοχώρος  $\Omega = \{1, 2, 3, 4\}$  για τα απλά ενδεχόμενα του οποίου ισχύουν  $P(1) = \frac{P(2)}{2} = \frac{P(3)}{3} = \frac{P(4)}{4}$  και τα ενεχόμενα:

$A = \{ \text{Η διακύμανση του δείγματος των αριθμών } \kappa, 2\kappa, 4\kappa, 5\kappa \text{ όπου } \kappa \in \Omega, \text{ είναι μεγαλύτερη του } 10 \}$

$B = \{ x \in \Omega \text{ όπου } \ln(x^2 - x + 1) > 0 \}$

- Να βρείτε τις πιθανότητες των απλών ενδεχομένων του  $\Omega$ .
- Να δείξετε ότι  $A = \{3, 4\}$  και  $B = \{2, 3, 4\}$
- Να βρείτε τις πιθανότητες  $P(A - B)$  και  $P(A' \cup B)$
- Αν  $X$  ένα ενδεχόμενο του  $\Omega$ , να βρείτε την μικρότερη τιμή της πιθανότητας  $P(X)$  ώστε  $A \cup X = B$ .

**(Μονάδες 25)**

**Καλή Επιτυχία!**

**ΤΑ ΘΕΜΑΤΑ ΕΠΙΜΕΛΗΘΗΚΕ Ο ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΣ**  
**ΝΙΚΟΥ ΔΗΜΗΤΡΗΣ**