

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ : ΑΛΓΕΒΡΑ Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΗ ΥΛΗ: ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ – ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ – ΑΝΙΣΩΣΕΙΣ

9/2/2020

ΘΕΜΑ 1°

A) Σχολικό βιβλίο σ.89

B) α) Σωστό **β)** Λάθος **γ)** Λάθος **δ)** Σωστό **ε)** Σωστό

ΘΕΜΑ 2ο

A1,2)

$$1) \frac{2}{x} + \frac{1}{x+1} = 0$$

$$\frac{2(x+1)}{x(x+1)} + \frac{1(x)}{x(x+1)} = 0$$

$$\frac{2x+2+x}{x(x+1)} = 0$$

$$3x + 2 = 0$$

$$3x = -2$$

$$x = -\frac{2}{3}$$

Περιορισμοί:

$$x(x+1) \neq 0$$

$$x \neq 0 \text{ και } x+1 \neq 0$$

$$x \neq -1$$

$$2) \frac{x}{2x-1} + \frac{x+3}{2x^2-x} = 1$$

$$\frac{x}{2x-1} + \frac{x+3}{x(2x-1)} = \frac{1}{1}$$

$$\frac{x^2}{x(2x-1)} + \frac{x+3}{x(2x-1)} = \frac{x(2x-1)}{x(2x-1)}$$

$$x^2 + x + 3 = 2x^2 - x$$

$$-x^2 + 2x + 3 = 0$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$\Delta = (-2)^2 - 4(1)(-3) = 16$$

$$x_1 = 3$$

$$x_2 = -1$$

Περιορισμοί:

$$x(2x-1) \neq 0$$

$$x \neq 0 \text{ και } 2x-1 \neq 0$$

$$x \neq \frac{1}{2}$$

$$3) \frac{1}{x^2+2} + \frac{-1}{x^2+1} > \frac{5}{(x^2+1)(x^2+2)}$$

$$\frac{(x^2+1)}{(x^2+1)(x^2+2)} + \frac{-(x^2+2)}{(x^2+1)(x^2+2)} > \frac{5}{(x^2+1)(x^2+2)}$$

$$x^2 + 1 - x^2 - 2 > 5$$

$$-1 > 5$$

Αδύνατη

Περιορισμοί:

$$(x^2+1)(x^2+2) \neq 0$$

$$x^2+1 \neq 0 \text{ και } x^2+2 \neq 0$$

που ισχύουν πάντα

A3) Δεν υπάρχει τιμή του x που να ικανοποιεί και τις 3 παραστάσεις.

ΘΕΜΑ 3ο

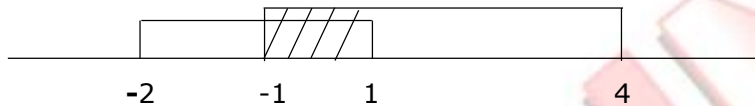
A1,2)

$$1) \begin{aligned} |2x + 1| - 3 < 0 \\ |2x + 1| < 3 \\ 2x + 1 > -3 \quad \text{και} \quad 2x + 1 < 3 \\ x > -2 \quad \quad \quad \text{και} \quad x < 1 \end{aligned}$$

$$2) \begin{aligned} x^2 - 3x - 4 < 0 \\ \Delta = 9 + 16 = 25 \\ x_1 = 4 \quad x_2 = -1 \\ \text{Από πίνακα προσήμων } x^2 - 3x - 4 < 0 \text{ στο διάστημα } x \in (x_1, x_2), \text{ δηλαδή } x \in (-1, 4). \end{aligned}$$

A3)

Βάζοντας τις παραπάνω λύσεις σε κοινό διάγραμμα:



Δηλαδή, οι κοινές λύσεις είναι το διάστημα $x \in (-1, 1)$.

B) 1) $x^4 - 5x^2 - 36 = 0$

$$\begin{aligned} \text{Θέτω } \omega &= x^2 \\ \omega^2 - 5\omega - 36 &= 0 \\ \Delta &= (-5)^2 - 4(1)(-36) = 25 + 144 = 169 \\ \omega_1 &= 9 \quad \omega_2 = -4 \end{aligned}$$

Επιστρέφοντας στο x ,

$$\begin{aligned} \omega_1 = x_1^2 = 9 & \quad \omega_2 = x_2^2 = -4 \\ x_1 = \pm 3 & \quad \text{Αδύνατη} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) x^2 - (\sqrt{3} + \sqrt{11})x + \sqrt{33} &= 0 \\ \Delta &= (\sqrt{3} + \sqrt{11})^2 - 4(1)(\sqrt{33}) = \\ &= 3 + 2\sqrt{33} + 11 - 4\sqrt{33} = \\ &= 3 - 2\sqrt{33} + 11 = \\ &= (\sqrt{3} - \sqrt{11})^2 \end{aligned}$$

$$x_1 = \frac{(\sqrt{3} + \sqrt{11}) + (\sqrt{3} - \sqrt{11})}{2} = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

$$x_1 = \frac{(\sqrt{3} + \sqrt{11}) - (\sqrt{3} - \sqrt{11})}{2} = \frac{2\sqrt{11}}{2} = \sqrt{11}$$

ΘΕΜΑ 4ο

Α)

$$12x + 3 < \frac{4x - 2}{2} + 4 < 8x + 15$$

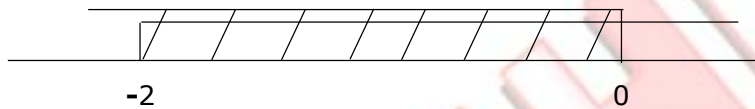
Αυτή η μορφή ανίσωσης για να λυθεί πρέπει να χωριστεί σε 2 ανισώσεις, για τις οποίες θα πρέπει να γίνει συναλήθευση, ειδικότερα:

$$\begin{aligned} 12x + 3 &< \frac{4x-2}{2} + 4 \\ 12x - 1 &< \frac{4x-2}{2} \\ 24x - 2 &< 4x - 2 \\ 20x &< 0 \\ x &< 0 \end{aligned}$$

και

$$\begin{aligned} \frac{4x-2}{2} + 4 &< 8x + 15 \\ \frac{4x-2}{2} &< 8x + 11 \\ 4x - 2 &< 16x + 22 \\ -12x &< 24 \\ x &> -2 \end{aligned}$$

Βάζουμε τις παραπάνω λύσεις σε κοινό διάγραμμα:



Δηλαδή, οι κοινές λύσεις είναι το διάστημα $x \in (-2, 0)$.

B) $x^2 - (2\lambda + 4)x + 8\lambda = 0$

$$\begin{aligned}\Delta &= [-(2\lambda + 4)]^2 - 4(1)(8\lambda) = \\ &= 4\lambda^2 + 16\lambda + 16 - 32\lambda \\ &= 4\lambda^2 - 16\lambda + 16 \\ &= (2\lambda - 4)^2 \geq 0\end{aligned}$$

Η Διακρίνουσα είναι μια ποσότητα $(2\lambda-4)^2$ στο τετράγωνο, επομένως πάντοτε θετική ή ίση με το μηδέν. Άρα η εξίσωση αυτή δεν είναι ποτέ αδύνατη ($\Delta < 0$), δηλαδή πάντα έχει τουλάχιστον 1 λύση.

Για να έχει **ακριβώς** μια λύση, θα πρέπει $\Delta = 0$, δηλαδή
 $2\lambda - 4 = 0$
 $2\lambda = 4$
 $\lambda = 2$

Και στην περίπτωση αυτή,

$$x = \frac{-\beta}{2\alpha} = \frac{2\lambda+4}{2} = \lambda + 2$$

αλλά $\lambda=2$, άρα:

$$x = 2 + 2 = 4$$

Αν $\Delta > 0$, τότε η εξίσωση έχει 2 λύσεις, τις:

$$x_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha}$$

$$x_1 = \frac{(2\lambda+4) + (2\lambda-4)}{2} = \frac{4\lambda}{2} = 2\lambda$$

$$x_2 = \frac{(2\lambda+4) - (2\lambda-4)}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

ΤΙΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΤΟΥ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΟΣ ΕΠΙΜΕΛΗΘΗΚΑΝ ΟΙ ΚΑΘΗΓΗΤΕΣ:

Τζιώρτζης Γιάννης
Τζιώρτζης Μιχάλης